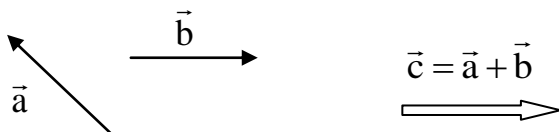




۱- جمع دو بردار (روش مثلث)

- از انتهای ..... برداری که ..... بردار جمع نامیده می‌شود.



نکته) ترتیب رسم بردارها، تأثیری در ..... و ..... بردار مجموع ندارد.

نکته) رسم مجموع دو بردار هم‌جهت :

رسم مجموع دو بردار خلاف جهت :

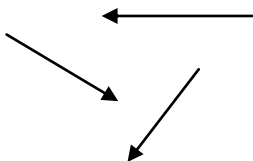
۲- جمع چند بردار (روش چندضلعی) :

اگر تعداد بردارها بیش از دو تا باشد برای رسم بردار برآیند (مجموع) باید .....

.....

.....

مثال) بردار مجموع بردارهای زیر را رسم کنید :

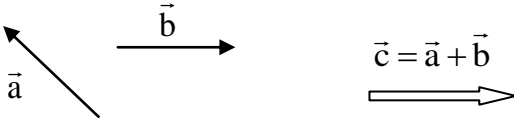


۳- جمع دو بردار (روش متوازی الاضلاع)

- دو بردار را از یک نقطه رسم می‌کنیم.

.....

- برداری که ..... را به ..... وصل کند، بردار مجموع نامیده می‌شود.



۴- بردارهای قرینه

- دو بردار ..... و ..... و ..... قرینه یکدیگرند. مجموع دو بردار

قرینه برابر ..... است.

۵- تفاضل دو بردار

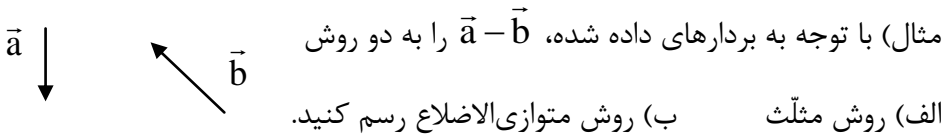
با توجه به آن که  $\vec{a} - \vec{b}$  و ..... با هم برابرند، می‌توانیم برای رسم

تفاضل دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  به روش مثلث :

..... (الف)

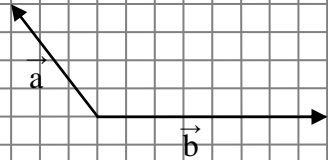
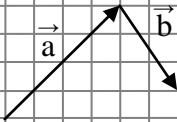
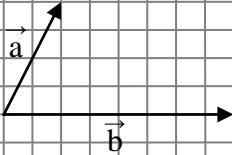
..... (ب)

..... (ج)

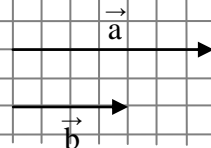
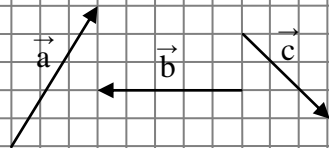
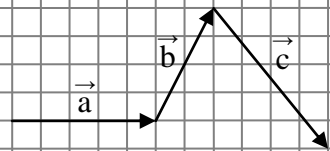
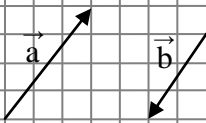
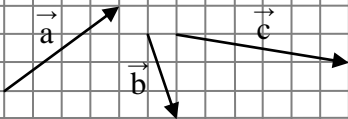
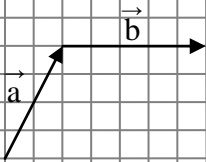




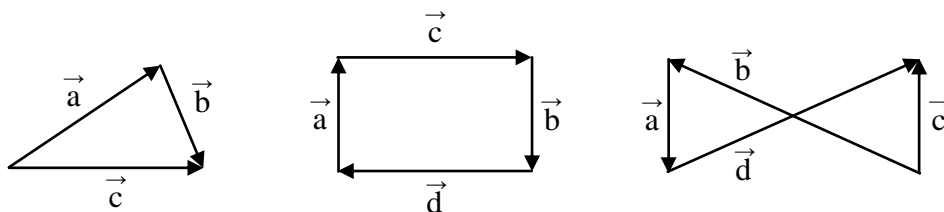
۱. جمع بردارهای زیر را به روش متوازی الاضلاع رسم کنید.



۲. جمع بردارهای زیر را به روش مثلث رسم کنید.



۳. برای هریک از مجموعه بردارهای زیر، یک جمع متناظر بنویسید.



۴. شکل های زیر را رسم کرده و مساحت هر یک را محاسبه کنید.

$$\begin{bmatrix} A & B & C \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} M & N & P \\ -3 & 0 & -3 \\ -2 & -5 & 4 \end{bmatrix}$$

۵. مقدار  $x$  را طوری تعیین کنید که:

۱-۵. نقطه  $A = \begin{bmatrix} \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \\ 2 \\ \frac{2x}{5} + 1 \end{bmatrix}$  از محورهای مختصات به یک فاصله باشد. (۲ حالت)

۲-۵. نقطه  $B = \begin{bmatrix} x - 5 \\ 3x + 7 \end{bmatrix}$  روی محور طول ها باشد.

۳-۵. نقطه  $C = \begin{bmatrix} x + 3 \\ 4x - 2 \end{bmatrix}$  روی محور عرض ها باشد.

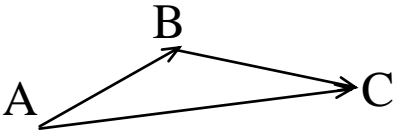
۶. مختصات وسط پاره خط های زیر را به دست آورید.

$$a = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$



۱- رابطه شارل



$$\vec{AB} + \dots = \dots$$

مثال) رابطه‌های زیر را کامل کنید:

$$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \dots$$

$$\vec{AB} + \vec{BA} = \dots = \dots$$

$$\vec{MN} + \vec{PQ} + \vec{NP} = \dots$$

$$\vec{FG} + \vec{EF} = \dots$$

می‌توانیم رابطه شارل را به صورت تفاضل نیز نمایش دهیم:

$$\vec{AC} - \vec{AB} = \vec{BC}$$

بردار = ابتدا - انتها :

$$\vec{OB} - \dots = \vec{AB}$$

نکته) مختصات نقطه A و بردار  $\vec{OA}$  با هم برابرند. (O مبدأ مختصات است.)

مثال) اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\vec{AC} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$  باشند، مختصات بردار  $\vec{AB}$

و مختصات نقطه C را به دست آورید.

.....  
.....

۲- جمع دو بردار به صورت مختصات

وقتی دو بردار با هم جمع (یا منها) شوند، مختصات آنها با هم جمع (یا منها) می‌شود.

مثال) متحرکی ابتدا با بردار  $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$  از A به B و سپس با بردار  $\begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix}$  از B به C

می‌رود. این جسم با چه برداری مستقیماً از A به C می‌رود؟

.....

مثال) در تساوی زیر  $x$  و  $y$  را بیابید.

$$\begin{bmatrix} x-1 \\ 3x+y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5+2x \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix} \rightarrow \dots\dots\dots$$

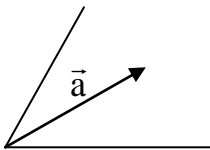
.....

۳- تجزیه بردار

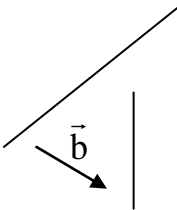
تجزیه بردار  $\vec{a}$  روی راستاهای مورد نظر یعنی : .....

.....

مثال) بردار  $\vec{a}$  را بر روی راستاهای داده شده تجزیه کنید.

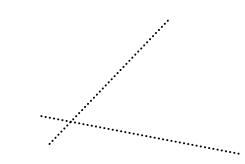
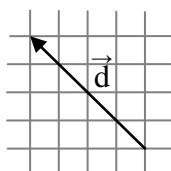
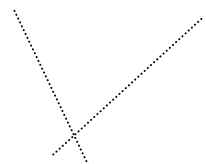
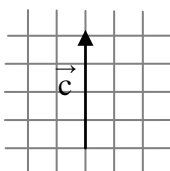
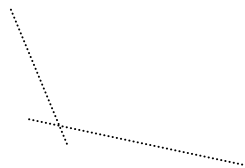
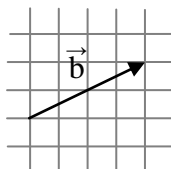
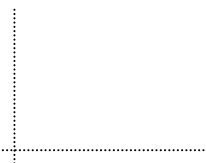
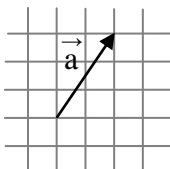


مثال) بردار  $\vec{b}$  را بر روی راستاهای داده شده تجزیه کنید.





۱. هر یک از بردارهای زیر را در دو راستای داده شده، تجزیه کنید.



۲. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{AC} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$  باشد، مختصات بردار  $\overrightarrow{BA}$  و نقطه C را بیابید.

۳. اگر  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  باشد:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \dots \quad (1-3)$$

۲-۳) مختصات بردار  $\overrightarrow{AC}$  را بیابید.

۴. مختصات نقاط  $P$ ،  $Q$  و  $R$  به ترتیب  $(۱,۳)$  و  $(۲,۴)$  و  $(۵,۴)$  است. اگر  $\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{SR}$

باشد، مختصات نقطه  $S$  را به دست آورید.

۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{BC} = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$  باشد، مختصات نقطه

$C$  را محاسبه کنید.

۶. نقاط  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$  رئوس مثلث  $ABC$  هستند.

مختصات بردار میانه ضلع  $BC$  را به دست آورید.

۷. با فرض  $A = \begin{bmatrix} 2x-1 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 \\ x+1 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ y \end{bmatrix}$  مقادیر  $x$  و  $y$  را به دست آورید.





۱. نقاط  $A = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$  مفروض‌اند و نقطه  $C$  روی راستای  $AB$  قرار دارد.

اگر  $\vec{AC} = \vec{BC}$  باشد، آنگاه  $\vec{AC} = \dots \times \vec{AB}$  :

سپس با استفاده از رابطه‌ی فوق، مختصات نقطه  $C$  را به دست آورید.

۲. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $\vec{AB} = 2\vec{BC}$  باشند، مختصات  $C$  را به دست آورید.

۳. ثابت کنید برای ۵ نقطه  $P, Q, R, S, T$  داریم:

$$PQ + PR + PS = TQ + TR + TS + 3PT$$

۴. سه رأس مثلث  $ABC$  به مختصات  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix}$  مفروض‌اند؛

۱-۴. مختصات بردارهای اضلاع این مثلث را بر حسب بردارهای یکه به دست آورید.

۲-۴. بردار میانه  $AM$  را بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

۵. سه بردار  $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$  و  $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$

و  $\vec{c} = -7\vec{i} + 6\vec{j}$  مفروض اند؛

۱-۵. این سه بردار را در صفحه مختصات رسم کنید.

۲-۵. حاصل جمع کدام دو بردار، موازی بردار سوم است؟

۳-۵. حاصل بردارهای زیر را به دست آورید.

الف)  $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$  ب)  $\vec{e} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$  ج)  $\vec{f} = -2\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$

۶. دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  با بردارهای  $\vec{F}_1 = 2\sqrt{3}\vec{i} + 2\vec{j}$  و  $\vec{F}_2 = -2\sqrt{3}\vec{i} + 2\vec{j}$

به جسمی که در مبدأ مختصات قرار دارد، وارد می شوند؛

۱-۶. این دو نیرو را در صفحه مختصات رسم کنید.

۲-۶. زاویه بین این دو نیرو چند درجه است؟

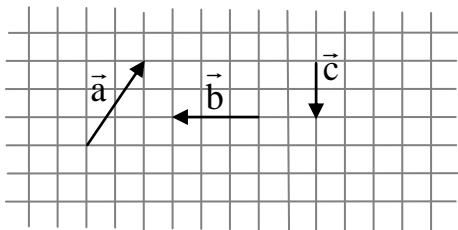
۳-۶. جسم در اثر این دو نیرو، در چه جهتی حرکت خواهد کرد؟

۴-۶. با اعمال نیروی  $F_3$  به این جسم، برآیند نیروهای وارد بر آن را صفر کرده ایم.

بردار نیروی  $F_3$  را به دست آورید.

۵-۶. زاویه نیروی  $F_3$  با دو نیروی دیگر چند درجه است؟

۷. با توجه به بردارهای داده شده، بردارهای خواسته شده را رسم کنید.



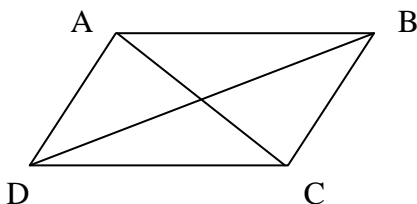
$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$      $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$      $2\vec{a} + 3\vec{b}$      $\vec{a} - (\vec{b} - \vec{c})$      $\vec{a} + 2\vec{b} - 2\vec{c}$



۱. نقاط  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$  مفروض است. اگر بردار  $\overline{CD}$  موازی

بردار  $\overline{BA}$  بوده و نقطه‌ی  $D$  روی محور عرض‌ها باشد، مختصات  $D$  را تعیین کنید.

۲. در مورد متوازی الاضلاع  $ABCD$



جاهای خالی را پر کنید:

$$\overline{DA} = \dots\dots$$

$$\overline{AB} = \dots\dots$$

$$\overline{DA} + \overline{DC} = \dots\dots$$

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \dots\dots$$

$$\overline{CD} + \dots\dots = \overline{CA}$$

$$\overline{DC} + \overline{BC} = \dots\dots$$

$$\overline{DB} + \dots\dots = \overline{O}$$

$$\overline{AC} + \dots\dots + \overline{BD} = \overline{AD}$$

۳. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $D$  چهار رأس متوالی یک متوازی‌الاضلاع

باشد، مختصات  $D$  را به دست آورید. [راهنمایی: بردار  $\overline{AB} = \dots$ ]

۴. دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۲ می‌زنیم. تعیین کنید کدام یک از این

نقطه‌ها در داخل یا خارج یا روی دایره قرار دارد؟ [محاسبه‌ی فاصله‌ی نقطه از مبدأ]

$$\text{اگر } A \begin{bmatrix} 1 \\ -\sqrt{3} \end{bmatrix} \text{ و } B \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } C \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ و } D \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۵. نقاط  $A = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$  و  $D$  چهار رأس متوالی یک مربع هستند؛

۱-۵. مختصات رأس  $D$  را به دست آورید.

۲-۵. مختصات بردار قطرهای  $\vec{AC}$  و  $\vec{BD}$  را محاسبه کنید.

۳-۵. مختصات مرکز تقارن این مربع را به دست آورید.

۴-۵. دو بردار  $\vec{EF}$  و  $\vec{GH}$ ، محورهای تقارن این مربع هستند که به ترتیب از وسط

اضلاع  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  عبور می کنند. مختصات این دو بردار محور تقارن را به دست آورید.

۶. کدام دو بردار با هم موازیند؟

$$۶-۱) \vec{a} = \begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ و } \vec{b} = \begin{bmatrix} 3/5 \\ 1/4 \end{bmatrix} \quad ۶-۲) \vec{c} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix} \text{ و } \vec{d} = \begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix}$$

$$۶-۳) \vec{e} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix} \text{ و } \vec{f} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad ۶-۴) \vec{m} = \begin{bmatrix} 7 \\ 4 \end{bmatrix} \text{ و } \vec{b} = \begin{bmatrix} -1/75 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۷. چرا سه نقطه‌ی  $A \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $B \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$  و  $C \begin{bmatrix} -1 \\ 6 \end{bmatrix}$  روی یک خط قرار دارند؟

[راهنمایی: بردار  $\vec{AB}$  و  $\vec{BC}$  را به دست آورید و مقایسه کنید.]

۸. در هر مورد تحقیق کنید کدام دسته نقاط روی یک خط قرار دارند؟

$$۸-۱) M \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ و } N \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -3 \end{bmatrix} \text{ و } P \begin{bmatrix} -7 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$۸-۲) I \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ و } J \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \text{ و } K \begin{bmatrix} -1 \\ -4 \end{bmatrix}$$